

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Российский государственный гуманитарный университет»

(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ, УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра моделирования в экономике и управлении

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Код 38.03.01 – Экономика

Направленность: Экономика бизнеса,

Финансы и кредит

Уровень квалификации выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная, заочная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Москва 2019

Линейная алгебра
Рабочая программа дисциплины
Составитель:
канд. физ.-мат. наук, доцент, Л.Н. Сидорова

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры
№
от 09.04.2019

5

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

2.1 Очная форма обучения

2.2 Очно-заочная форма обучения

2.3 Заочная форма обучения

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

9. Методические материалы

9.1. Планы практических (семинарских, лабораторных) занятий

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины «Линейная алгебра»

Цель дисциплины - обеспечение уровня математической грамотности студентов, достаточного для формирования навыков математической постановки и решения классических задач линейного программирования, моделирования процессов управления и экономики.

Задачи дисциплины:

- изучение основ линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- формирование умения применять основные понятия и методы линейной алгебры и линейного программирования для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления.

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине «Линейная алгебра»:

Коды компетенции	Содержание компетенций	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	<p><i>Знать:</i> Основные понятия линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования.</p> <p><i>Уметь:</i> Использовать математический аппарат теории матриц, линейных пространств, линейных операторов; анализировать и решать системы линейных уравнений; решать простейшие задачи линейного программирования; применять усвоенные математические понятия и методы анализа для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления.</p> <p><i>Владеть:</i> Навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.</p>

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части блока дисциплин учебного плана и реализуется на экономическом факультете ИЭУП РГГУ.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин и прохождения практик: *Математический анализ.*

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик:

- *«Математический анализ»*,
- *«Теория вероятностей и математическая статистика»*,
- *«Экономико-математические методы»*,
- *«Экономико-математические модели»*,
- *Преддипломная практика*,

2. Структура дисциплины

Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения (2017 г.н.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 112 ч., самостоятельная работа обучающихся 140, промежуточная аттестация 36 ч

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная					
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная	Самостоятельная работа
	1 семестр							
1	Линейная алгебра	3	8	6			25	Контрольная работа №1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3	8	6			25	Контрольная работа №2
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3	6	8			36	Контрольная работа №3
	Экзамен					18		Контрольная работа №4
	Всего		22	18			86	
	2 семестр							
4	Комплексные числа	4	10	8			42	Контрольная работа №5
5	Линейное программирование	4	12	10			44	Контрольная работа №6
	Экзамен					18		Итоговая контрольная работа №7
	Всего		22	18		18	86	
	Всего за 2 семестра		44	36		36	166	

Структура дисциплины для заочной формы обучения (2017 г.н.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 32 ч., самостоятельная работа обучающихся 247, промежуточная аттестация 9 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная				Промежуточная		
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия			
	1 семестр								
1	Линейная алгебра	3-4	2	4			50	Контрольная работа №1	
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3-4	2	4			50	Контрольная работа №2	
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3-4	2	4			50	Контрольная работа №3	
4	Комплексные числа	4	2	4			50	Контрольная работа №4	
5	Линейное программирование	4	4	4			47	Контрольная работа №5	
	Экзамен					9		Итоговая контрольная работа №6	
	Всего		12	20			9	247	

Структура дисциплины для очной формы обучения (2018г.н.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 112 ч., самостоятельная работа обучающихся 140, промежуточная аттестация 36 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная					
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная	
	1 семестр							
1	Линейная алгебра	1	10	8			20	Контрольная работа №1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	1	10	8			30	Контрольная работа №2
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	1	12	8			20	Контрольная работа №3
	Экзамен					18		Итоговая контрольная работа №4
	Всего		32	24			18	70
	2 семестр							
4	Комплексные числа	2	16	12			30	Контрольная работа №5
5	Линейное программирование	2	16	12			40	Контрольная работа №6
	Экзамен					18		Итоговая контрольная работа №7
	Всего		32	24			18	70
	Всего за 2 семестра		64	48			36	140

Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения (2018 г.н.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 64 ч., самостоятельная работа обучающихся 188, промежуточная аттестация 36 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
			контактная		Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная		Самостоятельная работа
			Лекции	Семинар					
	1 семестр								
1	Линейная алгебра	3	6	6				40	Контрольная работа №1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3	6	6				40	Контрольная работа №2
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3	4	4				32	Контрольная работа №3
	Экзамен						18		Контрольная работа №4
	Всего		16	16				112	
	2 семестр								
4	Комплексные числа	4	8	8				50	Контрольная работа №5
5	Линейное программирование	4	8	8				52	Контрольная работа №6
	Экзамен						18		Итоговая контрольная работа №7
	Всего		16	16			18	102	
	Всего за 2 семестра		32	32			36	222	

Структура дисциплины для заочной формы обучения (2018, 2019 г.н.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 32 ч., самостоятельная работа обучающихся 247, промежуточная аттестация 9 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная						
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная		
	1 семестр								
1	Линейная алгебра	3-4	2	4			50	Контрольная работа №1	
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3-4	2	4			50	Контрольная работа №2	
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3-4	2	4			50	Контрольная работа №3	
4	Комплексные числа	4	2	4			50	Контрольная работа №4	
5	Линейное программирование	4	4	4			47	Контрольная работа №5	
	Экзамен					9		Итоговая контрольная работа №6	
	Всего		12	20			9	247	

Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения (2019 г.н.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 288 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 64 ч., самостоятельная работа обучающихся 206, промежуточная аттестация 18 ч.

п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная						
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная		
	1 семестр								
1	Линейная алгебра	3	6	6			40	Контрольная работа №1	
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3	6	6			40	Контрольная работа №2	
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3	4	4			32	Контрольная работа №3	
	Зачёт с оценкой							Контрольная работа №4	
	Всего		16	16			112		
	2 семестр								
4	Комплексные числа	4	8	8			50	Контрольная работа №5	
5	Линейное программирование	4	8	8			44	Контрольная работа №6	
	Экзамен					18		Итоговая контрольная работа №7	
	Всего		16	16		18	94		
	Всего за 2 семестра		32	32		18	206		

3. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1	ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	<p><u>Тема 1.</u> СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. МЕТОД ГАУССА. Введение в курс. Основные этапы становления современной математики и ее структура. Значение математических знаний в современном образовании экономиста и менеджера. Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность. Частные и общее решения. Эквивалентность систем, элементарные преобразования, сохраняющие эквивалентность систем. Метод исключения неизвестных (метод Гаусса).</p> <p><u>Тема 2.</u> МАТРИЦЫ. ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ. Понятие матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами и их свойства: сложение, умножение на число, произведение, возведение в целую степень, матричные многочлены, транспонирование. Элементарные преобразования матриц, эквивалентные матрицы.</p> <p><u>Тема 3.</u> ОПРЕДЕЛИТЕЛИ. МИНОРЫ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДОПОЛНЕНИЯ. ТЕОРЕМА ЛАПЛАСА. Основные понятия. Схема вычисления определителей 1–3 порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Общая формула для вычисления определителей: теорема Лапласа.</p> <p><u>Тема 4.</u> ОБРАТНАЯ МАТРИЦА. ПОСТРОЕНИЕ ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ. Невырожденная матрица. Обратная матрица. Алгоритм построения обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 5.</u> МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ. МЕТОД КРАМЕРА. МЕТОД ОБРАТНОЙ МАТРИЦЫ. Матричные уравнения 2-ого и 3-его порядка. Методы решений. Формулы Крамера. Метод обратной матрицы.</p> <p><u>Тема 6.</u> РАНГ МАТРИЦЫ. БАЗИСНЫЙ МИНОР МАТРИЦЫ. ТЕОРЕМА КРОНЕКЕРА-КАПЕЛЛИ. Ранг матрицы. Базисный минор матрицы. Теорема о ранге матрицы и ее следствия. Базис и размерность линейного пространства. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p><u>Тема 7.</u> ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Базисные и свободные неизвестные. Свойства множеств решений однородных и неоднородных систем. Структура общего решения неоднородной системы.</p>
2	АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ	<p><u>Тема 8.</u> МЕТОД КООРДИНАТ. Прямоугольная (декартова) система координат на плоскости. Координаты точки. Полярные координаты. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Площадь треугольника. Преобразование</p>

		<p>системы координат: параллельный перенос осей координат, поворот координат.</p> <p><u>Тема 9. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ.</u> Способы задания линии на плоскости. Уравнение прямой на плоскости: с угловым коэффициентом; общее уравнение прямой; проходящей через данную точку в данном направлении; проходящей через две точки. Уравнение прямой на плоскости: в отрезках; проходящее через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение прямой и его исследование. Построение прямой по его уравнению.</p> <p><u>Тема 10. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА КООРДИНАТ В ЗАДАЧАХ ГЕОМЕТРИИ.</u> Определение угла между двумя прямыми. Условие параллельности прямых. Условие перпендикулярности прямых. Исследование взаимного расположения пар прямых, заданных общими уравнениями. Точка пересечения прямых. Расстояние от данной точки до данной прямой. Метод координат на плоскости: вычисление длин сторон треугольника, медианы, высоты, биссектрисы. Нахождение уравнений медианы, высоты, биссектрисы, сторон треугольника.</p> <p><u>Тема 11. ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА НА ПЛОСКОСТИ.</u> Окружность. Эллипс. Исследование эллипса по его уравнению. Гипербола. Исследование гиперболы по ее уравнению. Парабола. Исследование параболы по ее уравнению. Общее уравнение линий второго порядка.</p>
3	<p>ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА. ЭЛЕМЕНТЫ МАТРИЧНОГО АНАЛИЗА.</p>	<p><u>Тема 12. ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕКТОРАМИ.</u> Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты. Угол между векторами. Проекция вектора на заданное направление. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты.</p> <p><u>Тема 13. ЛИНЕЙНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА.</u> Векторные пространства: определение, примеры. Линейно зависимые системы векторов и их свойства. Линейно независимые системы векторов и их свойства. Базис системы векторов. Ранг системы векторов. n- мерные линейные пространства. Введение метрики. Свойства скалярного произведения.</p> <p><u>Тема 14. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ.</u> Линейные преобразования (операторы). Определения, примеры. Собственные значения и собственные вектора матрицы линейного преобразования (оператора). Характеристический многочлен линейного оператора. О корнях характеристического многочлена линейного оператора. Свойства собственных векторов с одинаковыми и различными собственными значениями.</p>

		<p><u>Тема 15. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ.</u> Понятие квадратичной формы. Примеры. Канонический вид квадратичной формы. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.</p>
4	КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА	<p><u>Тема 16. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА.</u> Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Операции над комплексными числами. Извлечение корней из комплексных чисел. Области на комплексной плоскости.</p>
5	ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	<p><u>Тема 17. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.</u> Линейные задачи оптимизации. Целевая функция. Стандартная и Каноническая формы задачи Линейного Программирования. Свойства решений задач Линейного Программирования. Графический метод решения задач Линейного Программирования. Построение Области Допустимых Значений, Целевой функции, Вектора- градиента целевой функции. Нахождение оптимального решения Задачи Линейного Программирования Графическим методом.</p> <p><u>Тема 18. КЛАССИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.</u> Классические примеры задач Линейного Программирования: «Задача о Диете», «Транспортная задача». Графический метод решения простейшей Транспортной задачи.</p> <p><u>ТЕМА 19. СИМПЛЕКС-МЕТОД.</u> Симплекс-метод решения задач Линейного Программирования. Опорное решение. Алгоритм Симплекс-метода. Пример нахождения решения задачи Линейного программирования Симплекс-методом.</p> <p><u>ТЕМА 20. ТЕОРИЯ ДВОЙСТВЕННОСТИ.</u> Двойственная задача Линейного Программирования. Теоремы Двойственности. Существование оптимальных решений взаимодвойственных задач. Связь основных и дополнительных переменных прямой и двойственной задач Линейного Программирования. Экономический смысл Теории Двойственности.</p> <p><u>ТЕМА 21. ДИСКРЕТНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.</u> Целочисленное программирование. Примеры. Метод ветвей и границ. Экономические задачи, сводящиеся к транспортным моделям. Основные понятия Динамического программирования.</p>

4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование темы	Виды учебной работы	Образовательные технологии
1	2	3	4
<i>Первый семестр. Часть I.</i>			
1.	<i>ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА</i>	<i>Лекция 1</i>	<i>Вводная лекция</i>
		<i>Лекции 1, 2, 3, 6, 7, 9, 11</i>	<i>Проблемная лекция.</i>
		<i>Лекции 2-11</i>	<i>Лекция-визуализация Лекция-беседа с элементами обратной связи</i>
		<i>Семинары 1-2</i>	<i>Case-study анализ (разбор конкретной экономической задачи) Семинар-дискуссия</i>
		<i>Семинары 1-5, 7-8</i>	<i>Семинар-дискуссия Контрольная работа 1</i>
		<i>Самостоятельная работа</i>	<i>Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты</i>
2.	<i>АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ</i>	<i>Лекция 12</i>	<i>Проблемная лекция.</i>
		<i>Лекции 12-16</i>	<i>Лекция-визуализация</i>
		<i>Семинары 9-10</i>	<i>Семинар-дискуссия Контрольная работа 2</i>
		<i>Самостоятельная работа</i>	<i>Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты</i>
3.	<i>ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА. ЭЛЕМЕНТЫ МАТРИЧНОГО АНАЛИЗА</i>	<i>Лекция 1</i>	<i>Проблемная лекция-</i>
		<i>Лекции 2-6</i>	<i>Лекция – визуализация</i>
		<i>Семинары 1-5</i>	<i>Семинар-дискуссия</i>
		<i>Семинар 4</i>	<i>Case-study анализ (разбор конкретной экономической задачи)</i>

			<i>Семинар-дискуссия Контрольная работа 3</i>
		<i>Самостоятельная работа</i>	<i>Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты</i>
4.	<i>КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА</i>	<i>Лекция 7</i>	<i>Проблемная лекция</i>
		<i>Семинар 6</i>	<i>Семинар-дискуссия Контрольная работа 5</i>
		<i>Самостоятельная работа</i>	<i>Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты</i>
5.	<i>ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ</i>	<i>Лекции 9-10</i>	<i>Проблемная лекция</i>
		<i>Лекции 11,12, 13</i>	<i>Лекция-беседа с элементами обратной связи</i>
		<i>Семинары 8-10</i>	<i>Семинар-дискуссия</i>
		<i>Семинар 9</i>	<i>Семинар-дискуссия Разбор конкретной экономической задачи Контрольная работа 6</i>
		<i>Самостоятельная работа</i>	<i>Подготовка к занятию с использованием электронного курса лекций. Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты</i>

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Очная форма обучения

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Защита индивидуального домашнего задания		10 баллов
- Участие в дискуссии на семинаре, проверка текущего домашнего задания	1-2 балла	15 баллов
- Контрольная работа №1 (темы 1-5, I семестр; темы 12-16, II семестр)		20 баллов
- Контрольная работа №3 (коллоквиум по теоретическому материалу, письменно-устная форма) (темы 1-11, I семестр; темы 12-21, II семестр)		15 баллов
Промежуточная аттестация (Контрольная работа №2, Итоговая) (темы 6-11, I семестр; темы 17-21, II семестр)		40 баллов
Итого за семестр Выставляется Экзаменационная оценка в I семестре по курсу «Линейная алгебра, Часть I», во II семестре по курсу «Линейная алгебра, Часть II»		100 баллов

Очно-заочная форма обучения

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Участие в дискуссии на семинаре, проверка текущих домашних заданий	2-3 балла	25 баллов
- Контрольная работа №1 (темы 1-5, I семестр; темы 12-16, II семестр)		20 баллов
- Контрольная работа №3 (коллоквиум по теоретическому материалу, письменно-устная форма) (темы 1-11, I семестр; темы 12-21, II семестр)		15 баллов
Промежуточная аттестация Контрольная работа №2, Итоговая (темы 6-11, I семестр;		40 баллов

<i>темы 17-21, II семестр)</i>		
Итого за семестр <i>Выставляется Экзаменационная оценка в I семестре по курсу «Линейная алгебра, Часть I», во II семестре по курсу «Линейная алгебра, Часть II»</i>		<i>100 баллов</i>

Заочная форма обучения

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- Контрольная работа №1 (темы 1-6)		<i>20 баллов</i>
- Контрольная работа №2 (темы 7-14)		<i>20 баллов</i>
- Контрольная работа №4 (коллоквиум по теоретическому материалу, письменно-устная форма) (темы 1-19)		<i>20 баллов</i>
Промежуточная аттестация Контрольная работа №3, Итоговая (темы 15-19)		<i>40 баллов</i>
Итого за дисциплину «Линейная алгебра» <i>выставляется Экзаменационная оценка.</i>		<i>100 баллов</i>

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

В случае неаттестации обучающегося по курсу дисциплины передача осуществляется в форме традиционного экзамена, на котором предлагаются два варианта Контрольных работ (текущей и Итоговой) соответствующего семестра. Экзамен считается сданным, если решено более 2-х задач.

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ А, В	«отлично»/ «зачтено (отлично)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	«хорошо»/ «зачтено (хорошо)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетвори-тельно»/ «зачтено (удовлетвори-тельно)»/ «зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		<p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

В процессе изучения курса проводится контроль знаний студентов в соответствии с Положением РГГУ о его проведении. Он предполагает учет результатов написания контрольных работ на семинарских занятиях, результатов самостоятельной работы по выполнению аналитических заданий, а также степени участия студентов в обсуждении вопросов и выполнения практических заданий на семинарских занятиях.

Оценка знаний представляет собой совокупность различных показателей работы студента в течение всего процесса обучения. По курсу «Линейная алгебра, Части I и II» предусматривается текущий контроль успеваемости в форме опроса на занятиях, выполнения текущих семинарских, домашних и индивидуальных заданий, выполнения контрольных работ. В каждом семестре выполняются две контрольные работы (№1 и №3). Контрольная работа №3 (коллоквиум по теоретическому материалу) проводится в письменно-устной форме. Промежуточная аттестация проводится в форме письменной Итоговой контрольной работы №2 с последующей ее защитой в устной форме, в результате чего студенту выставляются балл за экзамен (максимум 40 баллов).

С учетом набранных в сумме баллов (баллы текущего контроля и промежуточной аттестации) студенты получают общую оценку успеваемости. Итоговая оценка выставляется в полном соответствии с утверждённой в РГГУ рейтинговой системой контроля знаний.

При оценивании устного опроса и участия в дискуссии на семинаре учитываются:

- степень раскрытия содержания материала (0-2 балла);
- изложение материала (грамотность речи, точность использования терминологии и символики, логическая последовательность изложения материала (0-2 балла);
- знание теории изученных вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков (0-1 балл).

При оценивании выполнения практических заданий учитывается:

- знание теории изученных вопросов, правильное использование полученных знаний (0-1 балла);
- полнота выполнения типового задания и/или ситуационной задачи, полнота осмысления реальной профессионально-ориентированной ситуации, необходимой для решения данной проблемы (0-2 балла);
- правильность выбора методов и моделей, позволяющие оценивать и диагностировать умения и навыки синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей, поиском рациональных альтернативных вариантов (0-3 балла).

При оценивании Контрольных работ учитывается:

- полнота выполненной работы (задание выполнено не полностью и/или допущены две и более ошибки или три и более неточности) – 10-13 баллов;
- обоснованность содержания и выводов работы (задание выполнено полностью, но обоснование содержания и выводов недостаточны, но рассуждения верны) – 14-17 баллов;
- работа выполнена полностью, в рассуждениях и обосновании нет пробелов или ошибок, возможна одна неточность – 18-20 баллов.

Промежуточная аттестация (экзамен)

При проведении промежуточной аттестации студент должен решить 5 заданий и обосновать эти решения теоретически.

При оценивании заданий и ответов на вопросы теоретического характера учитывается:

- теоретическое содержание не освоено, знание материала носит фрагментарный характер, наличие грубых ошибок в ответе (1-3 балла);
- теоретическое содержание освоено частично, допущено не более двух-трех недочетов (4-7 баллов);
- теоретическое содержание освоено почти полностью, допущено не более одного-двух недочетов, но обучающийся смог бы их исправить самостоятельно (8-11 баллов);
- теоретическое содержание освоено полностью, ответ построен по собственному плану (12-20 баллов).

При оценивании ответа на вопрос практического характера (решений) учитывается:

- ответ содержит менее 20% правильного решения (1-2 баллов);
- ответ содержит 21-89 % правильного решения (3-10 баллов);
- ответ содержит 90% и более правильного решения (11-20 баллов).

Ниже приводятся типовые контрольные задания и иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, владений и опыта деятельности

«Линейная алгебра, Часть I» (I семестр)

Контрольная работа №1.

- Вычисление матричного полинома, вычисление определителей.
 Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка
 а) методом Гаусса
 в) методом нахождения обратной матрицы.
 с) методом Крамера.

Итоговая Контрольная работа. (Контрольная работа №2)

- Матричные уравнения.
 Исследование систем линейных уравнений.
 Решение неопределенных систем линейных уравнений.
 Задачи с элементами Аналитической геометрии.

Контрольная работа №3.

- Коллоквиум по теоретическому материалу I-го семестра.
 Контрольные вопросы 1-26.

Экзамен: «Линейная алгебра, Часть I»

Контрольная работа №1

1. Вычислить матричный полином $P(A)$, где $p(x) = x^2 - 3x + 9$, $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$
2. Решить систему уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных)

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5. \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$
3. Посчитать Определитель матрицы системы из п.4
 - а) по Правилу Звезды (Правилу Треугольников)
 - в) разложением Определителя по строке (столбцу)
4. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы. (Выписать Определитель системы, все Алгебраические дополнения, Присоединенную матрицу системы).

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 15. \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 11 \end{cases}$$
5. Решить систему уравнений из п.4 по правилу Крамера

Итоговая контрольная работа (Контрольная работа №2)

1. Решить матричное уравнение: $X \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
2. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и неопределенность, не решая ее.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11. \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases}$$
3. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Решить систему методом Крамера. Выписать общее и одно частное решение.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 5. \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых L_1 , L_2 и параллельной прямой L_3 . Найти угол между прямыми L_1 и L_2 .

$$L_1: x - 4y + 1 = 0$$

$$L_2: 2x + y - 7 = 0$$

$$L_3: 3x + 2y - 5 = 0$$

5. В треугольнике ABC с вершинами в точках $A(1, 3)$, $B(9, -3)$, $C(-2, -1)$ найти: уравнение биссектрисы AD , площадь треугольника ABC .

Контрольная работа №3

Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра, Часть I», I семестр.
Контрольные вопросы 1-26.

Контрольные вопросы по курсу «Линейная алгебра, Часть I»

1. Системы линейных уравнений: определение, примеры. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность.
2. Эквивалентность систем, элементарные преобразования систем.
3. Матрицы, операции над ними и их свойства. Транспонирование матриц.
4. Определитель матрицы. Общая формула для вычисления определителей.
5. Свойства определителя.
6. Миноры и алгебраические дополнения, их связь с определителем матрицы.
7. Теорема Лапласа.
8. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
9. Прямоугольная система координат.
10. Расстояние между двумя точками.
11. Деление отрезка в данном отношении.
12. Формула площади треугольника.
13. Уравнение прямой на плоскости (различные формы).
14. Уравнение прямой в пространстве (различные формы).
15. Определение угла между двумя прямыми. Условие перпендикулярности, условие параллельности прямых.
16. Общее уравнение прямой и ее исследование.
17. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
18. Свойства ранга матрицы.
19. Метод исключения переменных Гаусса.
20. Матричные уравнения.

21. Метод Крамера.
22. Метод Обратной матрицы.
23. Теорема Кронекера-Капелли.
24. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения.
25. Базисные и свободные неизвестные.
26. Однородные системы линейных уравнений.

«Линейная алгебра, Часть II» (II семестр)

Контрольная работа №1.

Собственные векторы и собственные значения.

Базис системы векторов.

Операции над комплексными числами.

Квадратичные формы.

Итоговая Контрольная работа. (Контрольная работа №2).

Решение прямой и двойственной задачи Линейного программирования графическим методом.

Сбалансированная Транспортная задача.

Контрольная работа №3.

Коллоквиум по теоретическому материалу II-го семестра.

Контрольные вопросы 1-38.

Экзамен: «Линейная алгебра, Часть II»

Контрольная работа №1

1. Найти корни характеристического уравнения, т.е. собственные числа матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ & \end{pmatrix}$$

2. Найти собственные векторы матрицы A из п. 1
3. Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ \end{pmatrix}.$$

4. а) Комплексные числа изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме:

$$Z_1 = -\sqrt{2} + i; Z_2 = 3 - i.$$

- б) Записать в тригонометрической форме:

$$Z_3 = Z_1 \times Z_2; Z_4 = Z_1^3.$$

5. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_3^2 + 6x_1x_2 + 2x_2x_3$.

Итоговая контрольная работа (Контрольная работа №2)

1. Найти область допустимых решений Задачи Линейного Программирования из п.3
2. Построить линии уровня целевой функции Задачи Линейного Программирования и вектор, показывающий направление роста целевой функции (отдельно для целевых функций из п.3 А) и п.3 В)).
3. Решить Задачу Линейного Программирования графическим методом. Выписать оптимальное решение, если оно существует, и оптимальное значение целевой функции.

а) $F(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max.$

$$\{-x_1 + x_2 \leq 3 \mid \{3x_1 - x_2 \leq 15 \mid \{x_1 + x_2 \leq 7 \mid \{-x_1 - 4x_2 \leq -4 \mid$$

б) $F(x) = 4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max.$ При тех же ограничениях.

4. Решить сбалансированную Транспортную Задачу.

На складах A_1 и A_2 есть в наличии соответственно 45 и 35 тыс.ед. продукции. Два потребителя B_1 и B_2 хотели бы получить со склада соответственно 30 и 50 тыс.ед. продукции. Стоимость перевозки продукции с i -го склада j -му потребителю задана матрицей $C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, где C_{ij} - стоимость перевозки 1 тыс.ед. продукции в млн. руб. Как минимизировать стоимость перевозок? Найти оптимальное решение и значение целевой функции.

5. Написать Задачу Линейного Программирования, двойственную к Задаче Линейного Программирования из п.3. Найти оптимальное решение и значение целевой функции, используя Теоремы двойственности.

Контрольная работа №3

Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра, Часть II», II семестр
Контрольные вопросы 1-38.

Контрольные вопросы по курсу «Линейная алгебра, Часть II »

1. Линейные векторные пространства, определение, примеры.
2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.
3. Ранг системы векторов. Связь ранга матрицы с рангом системы векторов.
4. Базис и размерность линейного пространства.
5. Свойства скалярного произведения векторов.
6. Линейные операторы. Матрица Линейного преобразования.
7. Собственные значения и собственные вектора Линейных операторов.
8. Свойства собственных чисел и собственных векторов матрицы преобразования.
9. Теоремы о приведении матрицы к диагональному виду.
10. Комплексные числа и многочлены.
11. Алгебраическая форма комплексных чисел.
12. Тригонометрическая форма комплексных чисел.
13. Сложение и умножение комплексных чисел.
14. Вычитание и деление комплексных чисел.
15. Характеристическое уравнение матрицы Линейного оператора.
16. Теорема о существовании корней характеристического уравнения.
17. Задача об устойчивом распределении автомобилей по срокам эксплуатации.
18. Задача о нахождении равновесного вектора цен в Линейной Модели Обмена.
19. Задача о нахождении равновесного вектора национальных доходов в Модели Международной бездефицитной торговли.
20. Квадратичные формы.
21. Матрично-векторный вид квадратичной формы.
22. Канонический вид квадратичной формы.
23. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы.
24. Линейные задачи оптимизации. Системы линейных неравенств.
25. Стандартная форма задачи Линейного Программирования.
26. Область допустимых решений задачи Линейного Программирования.
27. Целевая функция задачи Линейного Программирования.
28. Каноническая форма задачи Линейного Программирования.

29. Графический метод решения задач Линейного Программирования.
30. Опорное решение. Свойства решений задач Линейного Программирования.
31. I Классический пример задачи Линейного Программирования – задача о Диете.
32. II Классический пример задачи Линейного Программирования - Транспортная задача.
33. Симплекс- метод решения задач Линейного Программирования.
34. Алгоритм Симплекс - метода.
35. Двойственная задача Линейного Программирования.
36. Основные теоремы Теории Двойственности.
37. Целочисленное программирование.
38. Основные понятия Динамического программирования.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Основная литература

1. Каштанов В.А. Исследование операций (линейное программирование и стохастические модели) : Учебник. – М.: КУРС, 2017. - 256 с. <http://znanium.com/go.php?id=1017099>

Дополнительная литература

1. Бобрик Г.И. Высшая математика для экономистов: сборник задач : Учебное пособие; ВО - Бакалавриат / Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова. М.: ИНФРА-М, 2019. - 539 с. <http://new.znanium.com/go.php?id=989742>
2. Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели [Электрон. ресурс] : компьютерное моделирование: Учеб. пособие. – М.: Вузовский учебник, 2007. - 365 с. <http://znanium.com/go.php?id=129286>
3. Лепе Н.Л., Манаенкова Н.И. Лекции по линейной алгебре : учеб. пособие. [Отв. ред. В. В. Кульба]. – М.: Тривант, 2016. - 247 с.

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

1. К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. Сборник задач по высшей математике. 1 курс. - М.: Айрис-пресс, 2007 - 576 с. *Интернет-ресурс:* http://eknigi.org/estestvennye_nauki/83499-sbornik-zadach-po-vysshej-matematike-1-kurs.html
2. Лекции по линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие для бакалавриата по направлению № 080200 – Менеджмент, № 080400 – Управление персоналом / Минобрнауки России, Федер. гос. бюджетное образоват. учреждение высш. проф. образования "Рос. гос. гуманитарный ун-т" (РГГУ), Ин-т экономики, упр. и права, Фак. упр., Каф. моделирования в экономике и упр., [сост.: Н. Л. Лепе, Н. И. Манаенкова ; отв. ред. В. В. Кульба]. М.: РГГУ, 2014. 202 с. Режим доступа: <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/000009509>.

Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (2019 г.)

№п /п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г.

	Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения лекционных и семинарских занятий по дисциплине «Линейная алгебра» требуются академические аудитории, оборудованные большими досками.

Перечень программного обеспечения (ПО) (2019 г.)

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010	Microsoft	лицензионное
2	Windows 7 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
4	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
5	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
 - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;

- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа;
 - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
 - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
 - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
 - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
 - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
 - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;

- компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий по дисциплине «Линейная алгебра»

Очная форма обучения (Часть I)

Семинар 1. Тема 1 (2 ч.) Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».

План семинара

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи (Задача о фермере, 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Задачнику [3] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14. Составить индивидуальную задачу аналогичную «Задаче о фермере».

ЗАДАЧА О ФЕРМЕРЕ.

Вариант 1: Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

Вариант 2: Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

Вариант 3: Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

Семинар 2. Тема 2 (2 ч.) Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц.

План семинара

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

Задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

Семинар 3. Тема 3 (2 ч.) Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения.

План семинара

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

Задания

1. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
2. Вычисление миноров. Вычисление Определителей матриц 3-го и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.

Семинар 4. Тема 4 (2 ч.) Обратная матрица. Построение обратной матрицы.

План семинара

1. Обратная матрица.
2. Присоединенная матрица.
3. Алгоритм вычисления обратной матрицы.

Задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.
2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.4, 1.4.10, 1.4.11, 1.4.38, 1.4.39

Семинар 5. Тема 5 (2 ч.) Матричные уравнения. Метод Крамера. Метод обратной матрицы.

План семинара

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
2. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.
3. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.

Задания

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
2. Решение Матричных уравнений методом обратной матрицы. Разбор и решение задачи №№ 1.4.27.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.4.30, 1.4.34, 2.2.11 (решение методом Крамера), 2.2.22, 2.2.23 (решение методом обратной матрицы).

Семинар 6. (2 ч.) Контрольная работа №1: Операции над матрицами. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, методом Обратной матрицы, методом Крамера.**Контрольная работа №1.**

Вычисление матричного полинома, вычисление определителей.
 Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка
 а) методом Гаусса
 в) методом нахождения обратной матрицы.
 с) методом Крамера.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решение невыполненных №№ Контрольной работы № 1; решение невыполненных задач Домашнего задания к Семинарам 1, 2, 3.

Семинар 7. Тема 6 (2 ч.) Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.

План семинара

- 1) Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 1
- 2) Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
- 3) Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
- 4) Решение матричных уравнений.

Задания

1. Поиск ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80

2. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47.

Семинар 8. Тема 6 (2 ч.) Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор.

План семинара

1. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
2. Базисное решение.

Задания

1. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 2.1.15

Семинар 9. Темы 8-10. (2 ч.) Аналитическая геометрия на плоскости. Метод координат. Прямая на плоскости. Взаимное расположение прямых.

План семинара

1. Декартовы координаты точек на прямой и на плоскости.
2. Расстояние между двумя точками на плоскости (или длина отрезка).
3. Задача о делении отрезка в данном отношении.
4. Уравнение с угловым коэффициентом.
5. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
6. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
1. Уравнение прямой в отрезках.
7. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
8. Построение прямой на плоскости по его уравнению.
9. Определение угла между двумя прямыми на плоскости.

Задания

1. На оси абсцисс найти точку, равноудаленную от точек A(2;3) и B(5;6).
2. Даны точки A(-2;4), B(6;-2) и C(-5; 0). Найти координаты точки D, делящей отрезок BC в отношении $\frac{|AB|}{|AC|}$, где |AB| - расстояние между точками A и B, а |AC| - между точками A и C.
3. Даны точки A(-2;4), B(6;-2). Составить уравнение прямой, проходящей через точки A и B.
4. Построить прямую, задаваемую уравнением: $-\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$.
5. Записать уравнения прямой Задания 4 в виде уравнения с угловым коэффициентом и в виде общего уравнения.
6. Определение угла между прямыми. Разбор и решение задач №№ 4.2.52.
7. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 4.1.10, 4.2.2, 4.2.4, 4.2.5, 4.2.7, 4.2.9, 4.2.10.

Семинар 10. Тема 10 (2 ч.) Аналитическая геометрия на плоскости. Взаимное расположение прямых (продолжение). Использование метода координат в задачах геометрии.

План семинара

1. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловым коэффициентом.
2. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
3. Метод координат на плоскости: вычисление длин сторон треугольника, медианы, высоты, биссектрисы.
4. Поиск длины медианы и высоты.
5. Поиск уравнений биссектрисы.
6. Поиск площади треугольника.

Задания

1. Пересечение, параллельность, перпендикулярность прямых. Разбор и решение задач №№ 4.2.56, 4.2.57, 4.2.58.
 2. Дан треугольник с вершинами $A(2,3)$, $B(6,3)$, $C(6,-5)$. Найти длину медианы AM , уравнение высоты AR .
 3. Для того же треугольника $A(2,3)$ $B(6,3)$ $C(6,-5)$ найти площадь и уравнение биссектрисы BK .
 4. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**
 - 1). №№ 4.2.56, 4.2.58.
 - 2). Дан треугольник с вершинами $A(6,3)$, $B(2,3)$, $C(6,-5)$. Найти длину медианы AM , уравнение высоты AR .
 - 3). Для того же треугольника $A(6,3)$ $B(2,3)$ $C(6,-5)$ найти площадь и уравнение биссектрисы BK .
 - 4). Задания №№ 4.1.14, 4.1.7, 4.1.5.
-

Семинар 11. (2 ч.) Итоговая Контрольная работа № 2

Итоговая Контрольная работа (№ 2)

1. Решение матричного уравнения.
2. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Решение неопределенных систем линейных уравнений.
4. Задача на исследование взаимного расположения прямых.
5. Задача на нахождение характеристик треугольника с помощью методов Аналитической Геометрии.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
 2. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** Решение невыполненных заданий Итоговой Контрольной работы.
- Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.
-

Семинар 12. (2 ч.) Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу

1. Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра, Часть I», I семестр. Контрольные вопросы 1-26.

Очная форма обучения (Часть II)

Семинар 1. Темы 12-13 (2 ч.) Векторная алгебра. Векторы, действия над векторами. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.

План семинара

1. Векторная алгебра. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число.
2. Условие коллинеарности и компланарности векторов.
3. Скалярное произведение векторов.
4. Линейные операции над векторами.
5. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Определение через ранг ступенчатой матрицы, чьи строки являются векторами совокупности.

Задания

1. Направленные отрезки. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число. Разбор и решение задач №№ 3.1.1, 3.1.2.
2. Скалярное произведение векторов. Разбор и решение задачи № 3.2.1
3. Использование методов векторной алгебры в задачах №№ 3.1.3, 3.1.8.
4. Определение линейной зависимости и независимости векторов. На примере совокупности векторов: $\vec{a}_1 = (1 |) (3 |) (1 |)$
5. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** № 3.2.3. Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой.

$$\vec{a}_1 = (1 \mid \) (2 \mid \)$$

Семинар 2. Тема 13 (2 ч.) Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

План семинара

1. Базис системы (совокупности) векторов.
2. Разложение векторов по данному базису. Координаты вектора.

Задания

1. Указание базиса системы векторов в задаче Домашнего задания к Семинару 1.
2. Разбор задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов:

ЗАДАЧА О РАЗЛОЖЕНИИ ВЕКТОРА ПО БАЗИСУ

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов

данной совокупности в этом базисе. $\vec{a}_1 = (1 \mid \) (0 \mid \)$

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе. $\vec{a}_1 = (1 \mid \) (2 \mid \)$

Семинар 3. Тема 14 (2 ч.) Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

План семинара

1. Линейный оператор и матрица линейного оператора.
2. Характеристическое уравнение матрицы линейного оператора.
3. Собственные значения матрицы - корни характеристического уравнения.

Задания

1. Повторение задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов. Разбор и решение задачи Домашнего задания к Семинару 2.
2. Вычисление собственных значений и собственных векторов операторов с матрицами 2-го, 3-го порядка.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ К СЕМИНАРУ №3:

1) Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\mathbf{A} = (1 \ -2 \mid \)$

2) Показать, что матрицы $\mathbf{A} = (1 \ -2 \mid \)$ и $\mathbf{B} = (1 \ 1 \mid \)$ - подобны.

3) Найти собственные векторы матрицы \mathbf{B} .

4) Показать на примере матрицы \mathbf{B} , что

а) сумма собственных значений матрицы равна сумме ее диагональных членов.

б) произведение собственных значений матрицы равно ее Определителю.

Семинар 4. Тема 14 (2 ч.) Примеры задач экономического содержания, сводящихся к задаче на собственные числа и собственные векторы линейного оператора.

План семинара

1. Воплощение теории о собственных числах и собственных векторах линейного оператора в конкретных экономических задачах (Модель международной торговли. Задача об устойчивом распределении автомобилей по срокам эксплуатации).

2. Подробный разбор задачи:

ЗАДАЧА:

В некотором регионе автомобили эксплуатируются не более трех лет. Ежегодно (будем считать, что в начале года) заменяются 20% авто, проработавших к этому моменту 2 года, и все авто, проработавшие 3 года. Автомобили, проработавшие 1 год, замене не подлежат. Найти устойчивое распределение автомобилей по срокам эксплуатации.

3. Собственные числа и собственные вектора структурной матрицы международной торговли.

Задания

1. Решение Задачи об устойчивом распределении автомобилей по срокам эксплуатации: два случая.

2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

1. Составить Индивидуальную Задачу (аналогичную «Задаче об устойчивом распределении автомобилей по срокам эксплуатации») со своим сюжетом и цифрами. Решить задачу. Представить условие и решение задачи в письменной форме на рассмотрение преподавателя. Срок - две недели.

2. Решить задачу по лекционному материалу. ЗАДАЧА:

Задана структурная матрица торговли трех стран. Требуется найти вектор национальных доходов этих трех стран, обеспечивающий бездефицитную торговлю между ними.

$$A = \begin{pmatrix} 14 & 26 & 412 & | & \\ & & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 24 & 16 & 312 & | & \\ & & & & \end{pmatrix}$$

Семинар 5. Тема 15 (2 ч.) Квадратичные формы.

План семинара

1. Понятие квадратичной формы.
2. Канонический вид квадратичной формы.
3. Положительная и отрицательная определенность квадратичных форм.
4. Способы установления знакоопределенности квадратичных форм: а) По знаку с. з. матрицы б) По критерию Сильвестра.

Задания

1. Поиск матрично-векторной вида квадратичной формы.
2. Поиск симметрической матрицы квадратичной формы.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:
 1. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = 2x_2^2 + 4x_3^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
 2. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3$

Семинар 6. Тема 16 (2 ч.) Комплексные числа и многочлены.

План семинара

1. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
2. Графическое представление комплексного числа.
3. Операции над комплексными числами.

Задания

1. Нахождение алгебраической, тригонометрической, показательной форм комплексного числа.
2. Представление комплексного числа на комплексной плоскости.
3. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме. Разбор и решение задач №№ 10.2.3 (а, б), 10.2.4 (а, б).
4. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Комплексные числа в алгебраической форме изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме. $Z_1 = -4 + 4i; Z_2 = -3 - i\sqrt{3}$.
 - а) Записать в алгебраической форме $Z_0 = Z_1 + Z_2$.
 - в) Записать в алгебраической и тригонометрической формах. $Z_3 = Z_1 \times Z_2; Z_4 = Z_1^4$.
 - с) Записать в тригонометрической форме. $Z_5 = Z_1 Z_2; Z_6 = \sqrt[3]{Z_1}$
1. Высшая математика для экономистов. Учебник. Под ред. Н.Ш. Кремера. - М.: Юнити, 2006 -497 с.

Семинар 7. (2 ч.) Контрольная работа № 1: Собственные значения и собственные векторы Матрицы Линейного Оператора. Базис системы векторов и разложение векторов по базису. Операции над комплексными числами. Квадратичные формы.

Контрольная работа №1.

1. Собственные векторы и собственные значения.
2. Базис системы векторов и разложение векторов по базису.
3. Операции над комплексными числами.
4. Квадратичные формы.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №4 в письменной форме.
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решение невыполненных №№ Контрольной работы № 1; решение невыполненных задач Домашних заданий.

Семинар 8. Тема 17 (2 ч.) Линейное программирование. Линейные задачи оптимизации.

План семинара

1. Работа над ошибками при решении задач Контрольной работы № 1.
2. Стандартная Задача Линейного Программирования (ЗЛП).
3. Графический метод решения ЗЛП с двумя переменными.
4. Область допустимых значений. Различные типы множеств допустимых значений ЗЛП.
5. Целевая функция. Вектор-градиент целевой функции.
6. Нахождение оптимального решения ЗЛП.

Задания

1. Разбор типичных ошибок в решении задач Контрольной работы № 1.
2. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 1.
3. Решение ЗЛП с двумя переменными графическим методом: построение Области Допустимых Значений (ОДЗ).
4. Построение Вектора-градиента целевой функции.
5. Нахождение оптимального решения ЗЛП.
6. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решить ЗЛП графическим методом:

а)
$$F(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\{ 2x_1 + x_2 \geq 3 \mid \{ 3x_1 - x_2 \leq 6 \mid \{ x_1 + 3x_2 \geq 3 \mid \{ x_1 - x_2 \geq -2 \mid \{ x_1 + x_2 \leq 5 \}$$

б)
$$F(x) = 6x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\{ -x_1 + x_2 \leq 5 \mid \{ 3x_1 + x_2 \geq 3 \mid \{ x_1 - x_2 \leq 2 \mid \{ x_1 \leq 6 \mid \{ x_2 \leq 6 \}$$

Семинар 9. Тема 18 (2 ч.) Транспортная Задача Линейного Программирования (ЗЛП).

План семинара

1. Сбалансированная Транспортная Задача.
2. Сведение Сбалансированной Транспортной Задачи с матрицей 2x3 к стандартной Задаче Линейного Программирования.
3. Графический метод решения Транспортной Задачи с матрицей 2x2.

Задания

1. Нахождение оптимального решения Стандартной Задачи Линейного Программирования. Разбор и решение задач Домашнего задания к Семинару 8.
2. Математическая постановка текстовой Транспортной Задачи.

ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА:

Сбалансированная транспортная задача - это задача о перевозках, в которой общий объем товаров, готовых к отправлению, в точности равен объему товаров, который готовы принять в пунктах назначения.

1		Стоимость перевозок к потребителю (млн. руб. за 1 тыс.ед.)			Наличие (тыс.ед.)
		B1	B2	B3	
Склад	A1	8	5	6	120
Склад	A2	4	9	7	180
Запрос (тыс.ед.)		70	140	90	300

3. Сведение Сбалансированной Транспортной Задаче с матрицей 2x3 к стандартной Задаче Линейного Программирования и решение ЗЛП.

4. Пример нахождения решения Транспортной Задаче с матрицей 2x2 Графическим методом.

5. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

а) Решить сбалансированную Транспортную Задачу.

На складах A_1 и A_2 есть в наличии соответственно 15 и 25 тыс.ед. продукции. Два потребителя B_1 и B_2 хотели бы получить со склада соответственно 30 и 10 тыс.ед. продукции. Стоимость перевозки продукции с i -го склада j -му потребителю задана матрицей $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, где C_{ij} - стоимость перевозки 1 тыс.ед. продукции в млн. руб. Как минимизировать стоимость перевозок? Найти оптимальное решение и значение целевой функции.

б) Решить Транспортную задачу с матрицей 2x2, аналогичную задаче из п. а):

Заданы A_1 и A_2 :- 22 и 28; B_1 и B_2 :- 30 и 20. Матрица $C = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Семинар 10. Тема 20 (2 ч.) Теория двойственности. Взаимодвойственные Задачи Линейного Программирования (ЗЛП).

План семинара

1. Принципы построения пары взаимодвойственных ЗЛП.
2. Таблица соответствия между неизвестными парами взаимодвойственных ЗЛП.
3. Экономический смысл Теории двойственности.

Задания

1. Построение и решение Двойственной задачи к ЗЛП из Домашнего задания к Семинару 8.
2. Пример поиска решения ЗЛП через решение соответствующей Двойственной задачи: $F(x) = -2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 4x_4 + 2x_5 \rightarrow \min$
 $\{-x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_5 \geq 2 \mid \{-x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 3\}$
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решить 1-3 задачи Примерного варианта Итоговой контрольной работы. II Семестр.

Семинар 11. (2 ч.) Итоговая Контрольная работа № 2.

Итоговая Контрольная работа (№ 2)

1. Решение прямой ЗЛП графическим методом. Построение области допустимых значений.
2. Графическое построение целевой функции ЗЛП.
3. Поиск оптимального решения ЗЛП.
4. Сбалансированная Транспортная задача.
5. Построение двойственной ЗЛП и ее решение.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решение невыполненных заданий Итоговой Контрольной работы. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу II семестра в письменной форме.

Семинар 12. (2 ч.) Контрольная работа № 3. Коллоквиум по теоретическому материалу

Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра, Часть II», II семестр. Контрольные вопросы 1-38.

Очно-заочная форма обучения (Часть I)

Семинар 1. Тема 1 (2 ч.) Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Использование СЛУ в решениях экономических задач: на примере «Задачи о фермере».

План семинара

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.
2. Пример Постановки задачи. Сведение текстовой задачи («Задача о фермере», 3 варианта) к системам линейных уравнений 3 типов.

ЗАДАЧА О ФЕРМЕРЕ.

Вариант 1: Фермер вложил в прошлом году в зерноводство, животноводство и овощеводство всего 10 млн.д.е. и получил 780тыс.д.е. прибыли. В текущем году он собирается увеличить вложения в зерноводство в 2 раза, в животноводство в 3 раза, а вложения в овощеводство оставить на прошлогоднем уровне. На все это фермер выделяет 22 млн.д.е. Какую прибыль собирается получить фермер в текущем году, если зерноводство приносит 10% прибыли на вложенные средства, животноводство 8% и овощеводство 6%?

Вариант 2: Рассмотрим задачу из Варианта 1 со следующими изменениями: зерноводство приносит 8% прибыли на вложенные средства, животноводство 10% и овощеводство 6%.

Вариант 3: Рассмотрим задачу из Варианта 2 со следующими изменениями: Фермер получил 840 тыс.д.е. прибыли.

Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Задачнику [3] из списка Обязательной Литературы.)
2. Постановка и решение «Задачи о фермере».
3. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 2.1.12, 2.1.13, 2.1.14.

Семинар 2. Тема 2 (2 ч.) Матрицы. Операции над матрицами. Приведение матрицы системы линейных уравнений к ступенчатому виду. Свойства умножения матриц.

План семинара

1. Матрицы: виды матриц.
2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.
3. Матричный полином.
4. Алгоритм приведения матрицы к ступенчатому виду.
5. Правила умножения матриц. Примеры отсутствия коммутативности умножения матриц.

Задания

1. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21
2. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** №№ 1.1.3, 1.1.5, 1.1.53, 1.1.17, 1.1.27, 1.1.79, 1.1.80.

Семинар 3. Тема 3 (2 ч.) Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.

План семинара

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.

Задания

1. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
 2. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.2.4, 1.2.6, 1.2.22, 1.2.23, 1.2.26, 1.2.29.
-

Семинар 4. Темы 4-5 (2 ч.) Обратная матрица. Построение обратной матрицы. Матричные уравнения. Метод Крамера. Метод обратной матрицы. Контрольная работа № 1.

План семинара

1. Обратная матрица.
2. Присоединенная матрица.
3. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
4. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
5. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.

Задания

1. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.
 2. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.
 3. Решение СЛУ методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
 4. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.27.
-

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Выполнение Контрольной работы №1.

Контрольная работа №1: Операции над матрицами. Вычисление определителей. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, методом Обратной матрицы, методом Крамера.

Контрольная работа №1.

Вычисление матричного полинома, вычисление определителей.

Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка

- a) методом Гаусса
- b) методом нахождения обратной матрицы.
- c) методом Крамера.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.
-

Семинар 5. Тема 6 (2 ч.) Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование систем линейных уравнений. Матричные уравнения. Базисный минор.

План семинара

1. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 1
2. Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
4. Решение матричных уравнений.
5. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
6. Базисное решение.

Задания

1. Нахождение ранга ступенчатой матрицы в задачах Домашнего задания №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Нахождение ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

5. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 1.1.28, 1.3.2, 1.3.18, 1.4.29, 2.1.47, 2.1.15.

Семинар 6. Темы 8-10 (2 ч.) Аналитическая геометрия на плоскости. Метод координат. Прямая на плоскости. Взаимное расположение прямых.

План семинара

1. Декартовы координаты точек на прямой и на плоскости.
2. Расстояние между двумя точками на плоскости (или длина отрезка).
3. Задача о делении отрезка в данном отношении.
4. Уравнение с угловым коэффициентом.
5. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
6. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
7. Уравнение прямой в отрезках.
8. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
9. Построение прямой на плоскости по его уравнению.
10. Определение угла между двумя прямыми на плоскости.

Задания

1. На оси абсцисс найти точку, равноудаленную от точек $A(2;3)$ и $B(5;6)$.
2. Даны точки $A(-2;4)$, $B(6;-2)$ и $C(-5; 0)$. Найти координаты точки D , делящей отрезок BC в отношении $\frac{|AB|}{|AC|}$, где $|AB|$ - расстояние между точками A и B , а $|AC|$ - между точками A и C .
3. Даны точки $A(-2;4)$, $B(6;-2)$. Составить уравнение прямой, проходящей через точки A и B .
4. Построить прямую, задаваемую уравнением: $-\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$.
5. Записать уравнения прямой Задания 4 в виде уравнения с угловым коэффициентом и в виде общего уравнения.
6. Определение угла между прямыми. Разбор и решение задач №№ 4.2.52

4. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: №№ 4.1.10, 4.2.2, 4.2.4, 4.2.5, 4.2.7, 4.2.9, 4.2.10.

Семинар 7. Тема 10 (2 ч.) Аналитическая геометрия на плоскости. Взаимное расположение прямых (продолжение). Использование метода координат в задачах геометрии.

План семинара

1. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловым коэффициентом.
2. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
3. Метод координат на плоскости: вычисление длин сторон треугольника, медианы, высоты, биссектрисы.
4. Поиск длины медианы и высоты.
5. Поиск уравнений биссектрисы.
6. Поиск площади треугольника.

Задания

1. Пересечение, параллельность, перпендикулярность прямых. Разбор и решение задач №№ 4.2.56, 4.2.57, 4.2.58.
2. Дан треугольник с вершинами $A(2,3)$, $B(6,3)$, $C(6,-5)$. Найти длину медианы AM , уравнение высоты AR .
3. Для того же треугольника $A(2,3)$ $B(6,3)$ $C(6,-5)$ найти площадь и уравнение биссектрисы BK .

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Выполнение Итоговой Контрольной работы №2.

Итоговая Контрольная работа (№ 2)

1. Решение матричного уравнения.

2. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Решение неопределенных систем линейных уравнений.
4. Задача на исследование взаимного расположения прямых.
5. Задача на нахождение характеристик треугольника с помощью методов Аналитической Геометрии.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу I семестра в письменной форме.

Семинар 8. (2 ч.) Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу

Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра», Часть I, I семестр. Контрольные вопросы 1-26.

Очно-заочная форма обучения (Часть II)**Семинар 1. Темы 12-13 (2 ч.) Векторная алгебра. Векторы, действия над векторами. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.**

План семинара

1. Векторная алгебра. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число.
2. Условие коллинеарности и компланарности векторов.
3. Скалярное произведение векторов.
4. Линейные операции над векторами.
5. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Определение через ранг ступенчатой матрицы, чьи строки являются векторами совокупности.

Задания

1. Направленные отрезки. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число. Разбор и решение задач №№ 3.1.1, 3.1.2.
2. Скалярное произведение векторов. Разбор и решение задачи № 3.2.1
3. Использование методов векторной алгебры в задачах №№ 3.1.3, 3.1.8.
4. Определение линейной зависимости и независимости векторов. На примере совокупности векторов: $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
6. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:** № 3.2.3. Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой.

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Семинар 2. Тема 13 (2 ч.) Базис системы векторов. Разложение вектора по базису.

План семинара

1. Базис системы (совокупности) векторов.
2. Разложение векторов по данному базису. Координаты вектора.

Задания

1. Указание базиса системы векторов в задаче Домашнего задания к Семинару 1.
2. Разбор задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов:

ЗАДАЧА О РАЗЛОЖЕНИИ ВЕКТОРА ПО БАЗИСУ

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов

данной совокупности в этом базисе. $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. **ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в этом базисе. $\vec{a}_1 = (1 |) (2 |)$

Семинар 3. Тема 14 (2 ч.) Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

План семинара

1. Линейный оператор и матрица линейного оператора.
2. Характеристическое уравнение матрицы линейного оператора.
3. Собственные значения матрицы - корни характеристического уравнения.

Задания

1. Повторение задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов. Разбор и решение задачи Домашнего задания к Семинару 2.
2. Вычисление собственных значений и собственных векторов операторов с матрицами 2-го, 3-го порядка.

3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ К СЕМИНАРУ №3:

- 1) Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = (1 \ -2 |)$
- 2) Показать, что матрицы $A = (1 \ -2 |)$ и $B = (1 \ 1 |)$ - подобны.
- 3) Найти собственные векторы матрицы B .
- 4) Показать на примере матрицы B , что
 - а) сумма собственных значений матрицы равна сумме ее диагональных членов.
 - б) произведение собственных значений матрицы равно ее Определителю.

Семинар 4. Тема 15 (2 ч.) Квадратичные формы.

План семинара

1. Понятие квадратичной формы.
2. Канонический вид квадратичной формы.
3. Положительная и отрицательная определенность квадратичных форм.
4. Способы установления знакоопределенности квадратичных форм:
 - а) По знаку с. з. матрицы
 - б) По критерию Сильвестра.

Задания

1. Поиск матрично-векторной вида квадратичной формы.
2. Поиск симметрической матрицы квадратичной формы.
3. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:
Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = 2x_2^2 + 4x_3^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3$

Семинар 5. Тема 16 (2 ч.) Комплексные числа и многочлены. Контрольная работа № 1.

План семинара

1. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
2. Графическое представление комплексного числа.
3. Операции над комплексными числами.

Задания

1. Поиск алгебраической, тригонометрической, показательной форм комплексного числа.
2. Представление комплексного числа на комплексной плоскости.

3. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме. Разбор и решение следующих задач:

Комплексные числа в алгебраической форме изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме. $Z_1 = -4 + 4i$; $Z_2 = -3 - i\sqrt{3}$.

а) Записать в алгебраической форме

$$Z_0 = Z_1 + Z_2.$$

в) Записать в алгебраической и тригонометрической формах.

$$Z_3 = Z_1 \times Z_2; Z_4 = Z_1^4.$$

с) Записать в тригонометрической форме.

$$Z_5 = Z_1 Z_2; Z_6 = \sqrt[3]{Z_1}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Контрольная работа № 1: Собственные значения и собственные векторы Матрицы Линейного Оператора. Базис системы векторов и разложение векторов по базису. Операции над комплексными числами. Квадратичные формы.

Контрольная работа №1.

1. Собственные векторы и собственные значения.
2. Базис системы векторов.
3. Операции над комплексными числами.
4. Квадратичные формы.

Семинар 6. Тема 17 (2 ч.) Линейное программирование. Линейные задачи оптимизации.

План семинара

1. Работа над ошибками при решении задач Контрольной работы № 1.
2. Стандартная Задача Линейного Программирования (ЗЛП).
3. Графический метод решения ЗЛП с двумя переменными.
4. Область допустимых значений. Различные типы множеств допустимых значений ЗЛП.
5. Целевая функция. Вектор-градиент целевой функции.
6. Нахождение оптимального решения ЗЛП.

Задания

1. Разбор типичных ошибок в решении задач Контрольной работы № 1.
2. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Контрольной работе № 1.
3. Решение ЗЛП с двумя переменными графическим методом: построение Области Допустимых Значений (ОДЗ).
4. Построение Вектора-градиента целевой функции.
5. Нахождение оптимального решения ЗЛП.
6. ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ: Решить ЗЛП графическим методом:

а) $F(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $\{ 2x_1 + x_2 \geq 3 \mid \{ 3x_1 - x_2 \leq 6 \mid \{ x_1 + 3x_2 \geq 3 \mid \{ x_1 - x_2 \geq -2 \mid \{ x_1 + x_2 \leq 5 \}$

б) $F(x) = 6x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$
 $\{-x_1 + x_2 \leq 5 \mid \{ 3x_1 + x_2 \geq 3 \mid \{ x_1 - x_2 \leq 2 \mid \{ x_1 \leq 6 \mid \{ x_2 \leq 6 \}$

Семинар 7. Тема 18 (2 ч.) Транспортная Задача Линейного Программирования. Теория двойственности. Взаимодвойственные ЗЛП.

План семинара

1. Сбалансированная Транспортная Задача.
2. Сведение Сбалансированной Транспортной Задачи с матрицей 2×3 к стандартной Задаче Линейного Программирования.
3. Графический метод решения Транспортной Задачи с матрицей 2×2 .
4. Принципы построения пары взаимодвойственных Задач Линейного Программирования.
5. Таблица соответствия между неизвестными параметрами взаимодвойственных ЗЛП.

Задания

1. Поиск оптимального решения Стандартной Задачи Линейного Программирования. Разбор и решение задач Домашнего задания к Семинару.

2. Математическая постановка текстовой Транспортной Задачи.

ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА:

Сбалансированная транспортная задача - это задача о перевозках, в которой общий объем товаров, готовых к отправлению, в точности равен объему товаров, который готовы принять в пунктах назначения.

2		Стоимость перевозок к потребителю (млн. руб. за 1 тыс.ед.)			Наличие (тыс.ед.)
		B1	B2	B3	
Склад	A1	8	5	6	120
Склад	A2	4	9	7	180
Запрос (тыс.ед.)		70	140	90	300

3. Сведение Сбалансированной Транспортной Задачи с матрицей 2x3 к стандартной ЗЛП и решение ЗЛП.

4. Пример нахождения решения Транспортной Задачи с матрицей 2x2 Графическим методом.

5. Построение и решение Двойственной задачи к ЗЛП из Домашнего задания к Семинару 6.

2. Пример нахождения решения ЗЛП через решение соответствующей Двойственной задачи:

$$F(x) = -2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 4x_4 + 2x_5 \rightarrow \min$$

$$\{-x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_5 \geq 2 \mid \{-x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 3\}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Итоговая Контрольная работа № 2

Итоговая Контрольная работа (№ 2)

1. Решение прямой задачи Линейного программирования (ЗЛП) графическим методом.

Построение области допустимых значений.

2. Графическое построение целевой функции ЗЛП.

3. Поиск оптимального решения ЗЛП.

4. Сбалансированная Транспортная задача.

5. Построение двойственной задачи Линейного программирования и ее решение.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.

2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу II семестра в письменной форме.

Семинар 8. (2 ч.) Контрольная работа № 3. Коллоквиум по теоретическому материалу

Контрольная работа № 3 Коллоквиум по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра, Часть II», II семестр. Контрольные вопросы 1-38.

Заочная формы обучения (Части I и II, второй семестр)

Семинар 1. Темы 1-2 (2 ч.) Системы линейных уравнений (СЛУ). Метод Гаусса. Матрицы. Операции над матрицами.

План семинара

1. Системы линейных уравнений 2, 3, n-го порядка. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Три типа систем линейных уравнений.

1. Матрицы: виды матриц.

2. Матричные операции: сложение, умножение, возведение в степень. Возможность выполнения в зависимости от размерности, правила выполнения, свойства. Транспонирование матриц.

3. Матричный полином.

Задания

1. Разбор и решение задачи № 2.1.37 - Метод Гаусса. (Здесь и далее все №№ практических заданий даны по Задачнику [3] из списка Обязательной Литературы.)
2. Матрицы. Разбор и решение задач №№ 1.1.1, 1.1.2, 1.1.11, 1.1.7, 1.1.21

Семинар 2. Темы 3-5 (2 ч.) Определители матриц, миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Обратная матрица. Построение обратной матрицы. Метод обратной матрицы. Матричные уравнения. Метод Крамера.

План семинара

1. Определитель матрицы 2-ого порядка, 3-ого порядка.
2. Правило «треугольников» (правило Саррюса).
3. Миноры и алгебраические дополнения.
4. Определитель матрицы n-го порядка. Теорема Лапласа. Вычисление определителей методом разложения по строке или столбцу.
5. Обратная матрица.
6. Присоединенная матрица.
7. Алгоритм вычисления обратной матрицы.
8. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы.
9. Матричные уравнения 2-го и 3-го порядка.
10. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.

Задания

1. Вычисление Определителей 2-ого порядка, 3-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.1, 1.2.20, 1.2.13, 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
2. Вычисление миноров. Вычисление Определителей матриц 3-го и 4-ого порядка. Разбор и решение задач №№ 1.2.24, 1.2.25, 1.4.1.
3. Разбор и решение задач Домашнего задания №№ 1.2.6, 1.2.29.
4. Построение Обратной матрицы. Разбор и решение задачи 1.4.9.
5. Решение систем линейных уравнений методом Обратной матрицы, методом Крамера. Разбор и решение задачи №№ 2.2.2.
6. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.27.

Семинар 3. Тема 6 (2 ч.) Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование систем линейных уравнений. Базисный минор. Контрольная работа №1.

План семинара

1. Поиск ранга ступенчатой матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений.
3. Решение матричных уравнений.
4. Базисный минор, базисные и свободные переменные.
5. Базисное решение.

Задания

1. Поиск ранга ступенчатой матрицы в задачах №№ 1.1.79, 1.1.80
2. Поиск ранга расширенной матрицы системы линейных уравнений в Задаче о фермере (три варианта). Исследование совместности систем линейных уравнений.
3. Решение Матричных уравнений. Разбор и решение задачи №№ 1.4.30.
4. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Найти базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 = -3 \\ -x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 15 \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Выполнение Контрольной работы №1.

Контрольная работа №1.

1. Вычисление матричного полинома, вычисление определителей.
2. Решение определенных систем линейных уравнений 3-го порядка
 - а) методом Гаусса

- в) методом нахождения обратной матрицы.
- с) методом Крамера.
- 3. Решение матричного уравнения.
- 4. Исследование систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
- 5. Решение неопределенных систем линейных уравнений.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Контрольной работы №1 в письменной форме.

Семинар 4. Темы 8-10, 12 (2 ч.) **Аналитическая геометрия на плоскости. Метод координат. Прямая на плоскости. Взаимное расположение прямых. Использование метода координат в задачах геометрии. Векторная алгебра. Векторы, действия над векторами.**

План семинара

1. Декартовы координаты точек на прямой и на плоскости.
2. Расстояние между двумя точками на плоскости (или длина отрезка). Задача о делении отрезка в данном отношении.
3. Уравнение с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
6. Построение прямой на плоскости по его уравнению.
7. Определение угла между двумя прямыми на плоскости.
8. Условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости, заданных уравнениями с угловым коэффициентом.
9. Исследование взаимного расположения пар прямых на плоскости, заданных общими уравнениями.
10. Поиск координат точки пересечения прямых на плоскости.
11. Метод координат на плоскости: вычисление длин сторон треугольника, медианы, высоты, биссектрисы.
12. Поиск уравнений медианы, высоты, биссектрисы, сторон треугольника, площади треугольника.
13. Векторная алгебра. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число.
14. Условие коллинеарности и компланарности векторов.
15. Скалярное произведение векторов.

Задания

1. На оси абсцисс найти точку, равноудаленную от точек $A(2;3)$ и $B(5;6)$.
2. Даны точки $A(-2;4)$, $B(6;-2)$ и $C(-5; 0)$. Найти координаты точки D , делящей отрезок BC в отношении $\frac{|AB|}{|AC|}$, где $|AB|$ - расстояние между точками A и B , а $|AC|$ - между точками A и C .
3. Определение угла между прямыми. Разбор и решение задач №№ 4.2.52
4. Пересечение, параллельность, перпендикулярность прямых. Разбор и решение задач №№ 4.2.56, 4.2.57, 4.2.58.
5. Направленные отрезки. Сумма, разность векторов. Произведение вектора на число. Разбор и решение задач №№ 3.1.1, 3.1.2.
6. Скалярное произведение векторов. Условие ортогональности и коллинеарности векторов. Разбор и решение задачи № 3.2.1

Семинар 5. Темы 13-14 (2 ч.) **Векторная алгебра. Линейные векторные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Базис системы векторов. Разложение вектора по базису. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.**

План семинара

1. Линейные операции над векторами.

2. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Определение через ранг ступенчатой матрицы, чьи строки являются векторами совокупности.
3. Базис системы (совокупности) векторов.
4. Разложение векторов по данному базису. Координаты вектора.
5. Линейный оператор и матрица линейного оператора.
6. Характеристическое уравнение матрицы линейного оператора.
7. Собственные значения матрицы - корни характеристического уравнения.

Задания

1. Использование методов векторной алгебры в задачах №№ 3.1.3, 3.1.8, 3.2.3.
2. Определение линейной зависимости и независимости векторов. На примере совокупности векторов: $\vec{a}_1 = (1| \) (3| \) (1| \)$

3. Разбор задачи на нахождение координат векторов в базисе системы векторов:

ЗАДАЧА О РАЗЛОЖЕНИИ ВЕКТОРА ПО БАЗИСУ

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов

данной совокупности в этом базисе. $\vec{a}_1 = (1| \) (0| \)$

4. Вычисление собственных значений и собственных векторов операторов с матрицами 2-го, 3-го порядка.

Семинар 6. Темы 15-16 (2 ч.) Квадратичные формы. Комплексные числа и многочлены. Контрольная работа №2.

План семинара

1. Понятие квадратичной формы.
2. Канонический вид квадратичной формы.
3. Положительная и отрицательная определенность квадратичных форм.
4. Способы установления знакоопределенности квадратичных форм: а) По знаку с. з. матрицы б) По критерию Сильвестра.
5. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.
6. Графическое представление комплексного числа.
7. Операции над комплексными числами.

Задания

1. Записать квадратичные формы в матрично-векторном виде. Выяснить, являются ли квадратичные формы положительно определенными, отрицательно определенными, неопределенными.
 - (а) $\zeta = 2x_1^2 + 4x_2^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$
 - (б) $\zeta = x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3$
2. Комплексные числа, данные в алгебраической форме, изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме. $Z_1 = -4 + 4i; Z_2 = -3 - i\sqrt{3}$.
 - а) Записать в алгебраической форме $Z_0 = Z_1 + Z_2$.
 - в) Записать в алгебраической и тригонометрической формах. $Z_3 = Z_1 \times Z_2; Z_4 = Z_1^4$.
 - с) Записать в тригонометрической форме. $Z_5 = Z_1 Z_2; Z_6 = \sqrt[3]{Z_1}$
3. Операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме. Разбор и решение задач №№ 10.2.3 (а, б), 10.2.4 (а, б).

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:**Выполнение Контрольной работы № 2.****Контрольная работа №2.**

1. Задача на исследование взаимного расположения прямых.
2. Задача на поиск характеристик треугольника с помощью методов Аналитической Геометрии.
3. Собственные векторы и собственные значения.
4. Базис системы векторов.
5. Операции над комплексными числами.
6. Квадратичные формы.

Задания

- 1 Решение индивидуального варианта Контрольной работы №2 в письменной форме.

Семинар 7. Темы 17-18, 20 (2 ч.) Линейное программирование. Линейные задачи оптимизации. Графический метод решения Задач Линейного Программирования (ЗЛП). Транспортная ЗЛП. Теория двойственности. Взаимодвойственные ЗЛП.

План семинара

1. Стандартная ЗЛП.
2. Графический метод решения ЗЛП с двумя переменными.
3. Область допустимых значений. Различные типы множеств допустимых значений ЗЛП.
4. Целевая функция. Вектор - градиент целевой функции.
5. Поиск оптимального решения ЗЛП графическим методом.
6. Различные типы множеств допустимых решений ЗЛП.
7. Сбалансированная Транспортная Задача.
8. Сведение Сбалансированной Транспортной Задачи с матрицей 2x3 к стандартной ЗЛП.
9. Графический метод решения Транспортной Задачи с матрицей 2x2.
10. Принципы построения пары взаимодвойственных ЗЛП.
11. Таблица соответствия между неизвестными парами взаимодвойственных ЗЛП.

Задания

1. Решение ЗЛП с двумя переменными графическим методом: построение Области Допустимых Значений (ОДЗ).
2. Построение Вектора-градиента целевой функции.
3. Поиск оптимального решения ЗЛП Графическим методом.
4. Математическая постановка текстовой Транспортной Задачи.

ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА:

Сбалансированная транспортная задача – это задача о перевозках, в которой общий объем товаров, готовых к отправлению, в точности равен объему товаров, который готовы принять в пунктах назначения.

З		Стоимость (млн. руб. - В1	перевозок к за 1 тыс.ед.) В2	потребителю --- В3	Наличие (тыс.ед.)
Склад	A1	8	5	6	120
Склад	A2	4	9	7	180
Запрос (тыс.ед.)		70	140	90	300

5. Сведение Сбалансированной Транспортной ЗЛП с матрицей 2x3 к стандартной ЗЛП и ее решение.
6. Пример нахождения решения Транспортной ЗЛП с матрицей 2x2 Графическим методом.
7. Построение и решение Двойственной задачи к ЗЛП.
8. Пример поиска решения ЗЛП через решение соответствующей Двойственной задачи: $F(x) = -2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 4x_4 + 2x_5 \rightarrow \min$
 $\{-x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_5 \geq 2 \mid \{-x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 3\}$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

Выполнение Итоговой Контрольной работы (№ 3).

Контрольная работа № 3

1. Решение прямой ЗЛП графическим методом.
2. Решение двойственной ЗЛП.
3. Сбалансированная Транспортная задача.

Задания

1. Решение индивидуального варианта Итоговой Контрольной работы в письменной форме.
2. Подготовка индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому материалу курса «Линейная алгебра» в письменной форме.

**Семинар 8. (2 ч.) Контрольная работа № 4: Коллоквиум по теоретическому материалу.
Аттестация студентов согласно Рейтинговой системе оценивания.**

План семинара

1. Проверка решений задач Итоговой Контрольной работы.
2. Разбор и индивидуальное исправление ошибок в Итоговой Контрольной работе.
3. Контрольная работа № 4: Коллоквиум по теоретическому материалу. Контрольные вопросы 1-64.
4. Аттестация студентов согласно Рейтинговой системе оценивания.

Задания

- 1 Защита индивидуального вопроса Коллоквиума по теоретическому в письменно-устной форме.
-

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Линейная алгебра» является дисциплиной базовой части блока дисциплин. Дисциплина реализуется на экономическом факультете кафедрой моделирования в экономике и управлении.

Цель дисциплины: обеспечение уровня математической грамотности студентов, достаточного для формирования навыков математической постановки и решения классических задач линейного программирования, моделирования процессов управления и экономики.

Задачи:

- изучение основ линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли;
- формирование умения применять основные понятия и методы линейной алгебры и линейного программирования для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления.

Дисциплина «Линейная алгебра» направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2. Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач;

В результате освоения дисциплины «Линейная алгебра» обучающийся должен:

Знать основы линейной алгебры, аналитической геометрии и линейного программирования – операции над векторами и матрицами; определители и их свойства; системы линейных алгебраических уравнений; собственные значения и собственные векторы матриц; комплексные числа; прямые и плоскости в аффинном пространстве; квадратичные формы, линейные задачи оптимизации и их графическое решения – в объеме, необходимом для решения экономических задач;

Уметь использовать математический аппарат теории матриц, линейных пространств, линейных операторов; анализировать и решать системы линейных уравнений; решать простейшие задачи линейного программирования; применять усвоенные математические понятия и методы анализа для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления;

Владеть навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.

Рабочей программой предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль в форме выполнения контрольных работ, промежуточная аттестация в форме *экзамена*.

Общая трудоемкость освоения дисциплины «Линейная алгебра» составляет 8 зачетных единиц.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1.	Обновлена основная и дополнительная литература	28.06.2018 г	7
2.	Обновлен раздел «Структура дисциплины» в соответствии с учебным планом		
3.	Приложение к листу изменений № 1		
4.	Приложение к листу изменений № 2	31.08.2020	1

Приложение к листу изменений № 1

Состав программного обеспечения (ПО), современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (2018 г.)

1. Перечень ПО

Таблица 1

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010	Microsoft	лицензионное
2	Windows 7 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
4	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
5	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
6	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

2. Перечень БД и ИСС

Таблица 2

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2018 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis Электронные издания издательства Springer
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

1. Структура дисциплины (к п. 2 РПД на 2020)**Структура дисциплины для очной формы обучения**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 304 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 112 ч., самостоятельная работа обучающихся 174, промежуточная аттестация 18 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная					
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная	
	1 семестр							
1	Линейная алгебра	3	10	8			32	Контрольная работа №1
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3	10	8			34	Контрольная работа №2
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3	12	8			30	Контрольная работа №3
	Зачёт с оценкой							Контрольная работа №4
	Всего		32	24			76	
	2 семестр							
4	Комплексные числа	4	16	12			34	Контрольная работа №5
5	Линейное программирование	4	16	12			44	Контрольная работа №6
	Экзамен					18		Итоговая контрольная работа №7
	Всего		32	24		18	78	
	Всего за 2 семестра		64	48		18	174	

Структура дисциплины для очно-заочной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 304 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 64 ч., самостоятельная работа обучающихся 222, промежуточная аттестация 18 ч.

п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная						
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная		
	1 семестр								
1	Линейная алгебра	3	6	6			40	Контрольная работа №1	
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3	6	6			40	Контрольная работа №2	
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3	4	4			32	Контрольная работа №3	
	Зачёт с оценкой							Контрольная работа №4	
	Всего		16	16			112		
	2 семестр								
4	Комплексные числа	4	8	8			50	Контрольная работа №5	
5	Линейное программирование	4	8	8			52	Контрольная работа №6	
	Экзамен					18		Итоговая контрольная работа №7	
	Всего		16	16		18	102		
	Всего за 2 семестра		32	32		18	222		

Структура дисциплины для заочной формы обучения

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 8 з.е., 304 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 32 ч., самостоятельная работа обучающихся 263, промежуточная аттестация 9 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)					Самостоятельная работа	Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная						
			Лекции	Семинар	Практические занятия	Лабораторные занятия	Промежуточная		
	1 семестр								
1	Линейная алгебра	3-4	2	4			50	Контрольная работа №1	
2	Аналитическая геометрия на плоскости	3-4	2	4			52	Контрольная работа №2	
3	Векторная алгебра. Элементы матричного анализа	3-4	2	4			52	Контрольная работа №3	
4	Комплексные числа	4	2	4			52	Контрольная работа №4	
5	Линейное программирование	4	4	4			57	Контрольная работа №5	
	Экзамен					9		Итоговая контрольная работа №6	
	Всего		12	20			9	263	

2. Образовательные технологии (к п.4 на 2020 г.)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ. для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

3. Перечень БД и ИСС (к п. 6.2 на 2020 г.)

№п /п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Профессиональные полнотекстовые БД JSTOR Издания по общественным и гуманитарным наукам Электронная библиотека Grebennikon.ru
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

4. Состав программного обеспечения (ПО) (к п. 7 на 2020 г.)

№п /п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Adobe Master Collection CS4	Adobe	лицензионное
2	Microsoft Office 2010	Microsoft	лицензионное
3	Windows 7 Pro	Microsoft	лицензионное
6	SPSS Statistics 22	IBM	лицензионное
7	Microsoft Share Point 2010	Microsoft	лицензионное
8	SPSS Statistics 25	IBM	лицензионное
9	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное

10	ОС «Альт Образование» 8	ООО «Базальт СПО	лицензионное
11	Microsoft Office 2013	Microsoft	лицензионное
12	Windows 10 Pro	Microsoft	лицензионное
13	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
14	Microsoft Office 2016	Microsoft	лицензионное
15	Visual Studio 2019	Microsoft	лицензионное
16	Adobe Creative Cloud	Adobe	лицензионное
17	Zoom	Zoom	лицензионное